

pounds; however, in five cases ordering could not be determined even if it existed. We note that the patterns all have high symmetry ( $F\bar{4}3m$  for zincblende and  $P6_3mc$  for wurtzite related compounds). Ordering of the cations seems rather unlikely. The composition  $12_236_4$  is located on the connecting line between 26 and  $136_2$ . Examples are known where a complete series of solid solutions exists between 26 and  $136_2$ . Goryunova (1965) lists for example CdTe–AgInTe<sub>2</sub> and CdTe–CuInTe<sub>2</sub> where the zincblende structure type is found over the entire concentration range. The compositions CuCd<sub>2</sub>InTe<sub>4</sub> and AgCd<sub>2</sub>InTe<sub>4</sub> given in Table 7 are, therefore, only selected points of a complete series of solid solutions. For the other compounds given in Table 7 no homogeneity range measurements have been made, and it must be left for further research to determine if these alloys really correspond to independent quaternary compounds or to the quaternary compositions in a solid solution range between a binary and a ternary normal tetrahedral structure compound.

This study is a contribution from the Laboratory for Research on the Structure of Matter, University of Pennsylvania, supported by the Advanced Research Projects Agency, Office of the Secretary of Defense.

### References

- BERTAUT, E. F. & BLUM, P. (1954). *C. R. Acad. Sci. Paris*, **239**, 429.  
 BERTAUT, E. F., DELAPALME, A. & BASSI, G. (1964). *J. Phys. Radium*, **25**, 545.  
 BUNDY, F. P. & KASPER, J. S. (1967). *J. Chem. Phys.* **46**, 3437.  
 BROCKWAY, L. O. (1934). *Z. Kristallogr.* **89**, 434.
- CHAPUIS, G. & NIGGLI, A. (1968). *Naturwissenschaften*, **55**, 441.  
 ECKERLIN, P. (1967). *Z. anorg. allg. Chem.* **353**, 225.  
 FRONDEL, C. & MARVIN, U. B. (1967). *Nature, Lond.* **214**, 587.  
 GANTZEL, P. K., SPARKS, R. A. & TRUEBLOOD, K. N. (1961). Univ. of California Program *UCLA LS1*.  
 GORYUNOVA, N. A. (1965). *The Chemistry of Diamond-like Semiconductors*, p. 151. London: Chapman & Hall.  
 GVIDYS, J. (1965). Argonne National Laboratory Program Library, B106.  
 HAHN, H. & SCHULZE, H. (1965). *Naturwissenschaften*, **52**, 426.  
*International Tables for X-ray Crystallography* (1959). Vol. II. Birmingham: Kynoch Press.  
*International Tables for X-ray Crystallography* (1962). Vol. III. Birmingham: Kynoch Press.  
 ILYUKHIN, V. V., NIKITIN, A. V. & BELOV, N. V. (1967). *Soviet Phys. Doklady*, **11**, 1035.  
 JEITSCHKO, W. & PARTHÉ, E. (1966). *A Fortran IV Program for the Intensity Calculation of Powder Patterns*. Report of the Laboratory for Research on the Structure of Matter, Univ. of Pennsylvania, Philadelphia, Pennsylvania, U.S.A.  
 JOUBERT-BETTAN, C. A., LACHENAL, R., BERTRAUT, E. F. & PARTHÉ, E. (1969). *J. Solid State Chem.* **1**.  
 MUELLER, M. H., HEATON, L. & MILLER, K. T. (1960). *Acta Cryst.* **13**, 828.  
 NITSCHE, R., SARGENT, D. F. & WILD, P. (1967). *J. Crystal Growth*, **1**, 52.  
 PARTHÉ, E. (1963). *Z. Kristallogr.* **119**, 204.  
 PARTHÉ, E. (1964). *Crystal Chemistry of Tetrahedral Structures*. New York: Gordon & Breach.  
 PARTHÉ, E. (1967). In *Intermetallic Compounds*, Ch. 11. Ed. J. H. WESTBROOK. New York: John Wiley.  
 PAULING, L. (1960). *The Nature of the Chemical Bond*. 3rd ed. p. 547. Ithaca: Cornell Univ. Press.  
 PAULING, L. & HUGGINS, M. L. (1934). *Z. Kristallogr.* **87**, 205.

*Acta Cryst.* (1969). **B25**, 1174

### Eine neue Absorptionsfaktortafel für kugelförmige Proben

VON KURT WEBER

*Institut für Mineralogie, Technische Universität, 1 Berlin 12, Hardenbergstr. 35, Deutschland*

(Eingegangen am 16. Februar 1968 wiedereingereicht am 12. Juni 1968)

A new table of spherical absorption factors is calculated for  $0 \leq \mu R \leq 31.5$  with an accuracy better than  $10^{-3}$ . Errors up to 2% are detected in the absorption factor tables 5.3.6B of *International Tables for X-ray Crystallography*, Vol. II.

### Überblick

Das Integral  $A_{\text{Kug}}$  zur Berechnung von Kugelabsorptionsfaktoren ist, wenn man von den Beugungswinkel  $\theta=0^\circ$  und  $\theta=90^\circ$  absieht, nicht geschlossen darstellbar (Bond, 1957); es muss daher numerisch bestimmt werden.

Die ersten Berechnungen von  $A_{\text{Kug}}$ -Werten findet man bei Taylor (1944). Er setzte die Kugel nach Fig. 1 aus Kreisscheiben abnehmenden Halbmessers  $r$  zu-

sammen, wodurch sich das Kalkül auf eine eindimensionale Integration über die bereits bekannten Absorptionsfaktoren  $A_{\text{Zyl}}$  des Kreiszylinders (Claasen, 1930; Bradley, 1935) reduzieren lässt.

Unter Berücksichtigung der Volumennormierung findet man für eine Scheibchendicke  $\Delta z$

$$A_{\text{Kug}} \approx \sum r^2 \pi A_{\text{Zyl}}(\mu r) \Delta z / (4\pi R^3/3), \quad (1)$$

wobei, wie üblich,  $R$  für den Kugelradius und  $\mu$  für den linearen Schwächungskoeffizienten gesetzt ist. Für

$\Delta z \rightarrow 0$  geht die Summe (1) in das Integral (2) über (Taylor, 1944):

$$A_{\text{Kug}} = \frac{3}{4} \int_{-1}^{+1} (r/R)^2 A_{\text{Zyl}}(\mu r) d(z/R). \quad (2)$$

Die wenigen Taylorschen Integralwerte wurden von Evans & Ekstein (1952) erstmals durch eine systematische Tabelle ersetzt. Die Autoren benutzten jedoch die wenig handliche Summation (1), weshalb sie den mit  $\mu R$  wachsenden Einfluss der Kugelrandzone dadurch berücksichtigten, dass sie eine von  $z$  abhängige Scheibendicke  $\Delta z$  einführten.

Jene erste Tabelle hat Bond (1957, 1959) durch eine ausführlichere, direkt über das Volumenintegral berechnete, ersetzt. Trotz elektronischer Rechenhilfsmittel war eine hinreichend genaue numerische Integration so zeitaufwendig, dass sich Bond auf die Berechnung einiger weniger Stützpunkte im Abstand  $\theta = (15 \cdot n)^\circ$  ( $n=1, \dots, 6$ ) beschränken und die Zwischengebiete interpolieren musste. Die Bondsche Tabelle umfasst den Bereich  $\mu R \leq 10$ . Mittlerweile neu berechnete  $A_{\text{Zyl}}$ -Werte (Weber, 1967) versetzen uns in die Lage, mit Hilfe einer Integration (2) die Genauigkeit der interpolierten  $A_{\text{Kug}}$ -Werte an allen Tafelpunkten direkt zu überprüfen. Es zeigte sich, dass die von Bond benutzte Interpolationsfunktion die Absorptionswerte zwar im Bereich  $\theta > 15^\circ$  innerhalb der Tafelstellenzahl richtig wiedergibt, dass sie aber für  $0 < \theta < 15^\circ$ , dem Gebiet der stärksten Änderung von  $A_{\text{Kug}}$ , Fehler bis zu 2% liefert.

Die gute Konvergenz des hier benutzten Verfahrens erlaubte es, die Tafel unter Wahrung einer Genauigkeitsgrenze von  $10^{-3}$ , bis  $\mu R = 31,5$  auszudehnen.

### Die numerische Integration und die Abschätzung ihrer Genauigkeit

Definiert man, wie in Fig. 1 eingetragen, einen Winkel  $\alpha$  durch

$$z/R = \sin \alpha, \quad (3)$$

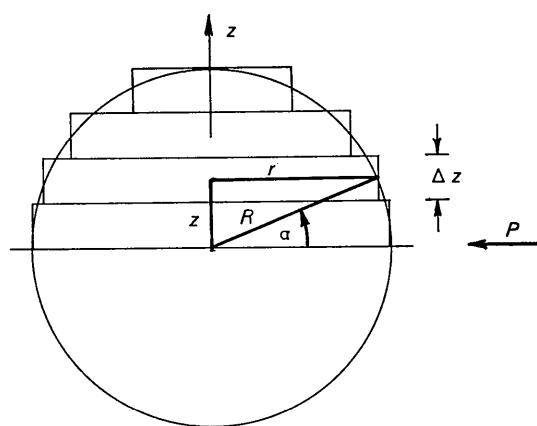


Fig. 1. Approximation der Kugel durch kreiszylindrische Scheiben nach Taylor.  $r$  = Scheibenradius,  $R$  = Kugelradius,  $P$  = Primärstrahlrichtung.

so gilt  $r/R = \cos \alpha$  und  $dz/R = \cos \alpha d\alpha$ . Mit diesen Substitutionen geht der Ausdruck (2) in das mit der Simpsonregel numerisch gut auswertbare Integral (4) über.

$$A_{\text{Kug}} = \frac{3}{2} \int_0^{\mu/2} \cos^3 \alpha A_{\text{Zyl}}(\mu R \cos \alpha) d\alpha. \quad (4)$$

Die Fig. 2(a) und (b) zeigen das Konvergenzverhalten von Gl.(4) an den Tabellenrändern  $\theta = 0^\circ$  und  $\theta = 90^\circ$ . Die wahren Integrationsfehler  $|AI|$  ließen sich durch Einsetzen fehlerfreier  $A_{\text{Zyl}}$ -Werte in Gl.(4) und Vergleich mit direkt berechneten  $A_{\text{Kug}}$  einfach gewinnen.

Für  $\theta \neq 0^\circ$  oder  $90^\circ$  stehen hinreichend genaue Näherungswerte  $A_{\text{Zyl}}$  über die Gl.(5) zur Verfügung.

$$A_{\text{Zyl}} \approx A_{\text{MBT9}}(\theta) = \sum_k \int g_k(l) \exp(-\mu l) dl. \quad (5)$$

Diese Gleichung findet man im Rahmen eines früher angegebenen, dort mit MBT9 bezeichneten Verfahrens diskutiert [Weber, 1967, Gln.(5) und (6)]. Der grösste relative Fehler  $|A_{\text{Zyl}}/A_{\text{Zyl}}|$  liegt mit  $7 \cdot 10^{-4}$  bei  $\theta = 5^\circ$  und  $\mu r \approx 1,6$  ( $r$  = Zylindrerradius); bei  $\theta = 10^\circ$  überschreiten die  $A_{\text{Zyl}}$ -Fehler den Betrag von  $3 \cdot 10^{-4}$  nicht mehr, sinken mit zunehmendem  $\theta$  weiter ab, durchlaufen ein breites Minimum und nähern sich erst wieder bei  $\theta = 90^\circ$  und  $\mu r = 30$  einem Betrag von  $4 \cdot 10^{-4}$ . Der Einfluss dieser Fehler auf Gl.(4) ist aus Fig. 2(c) zu erkennen. Da die Weglängenverteilungsfunktionen  $g_\theta(l)$  für die  $\theta$ -Ränder  $\theta_G = 0^\circ$  und  $90^\circ$  extrem sind und die  $\theta \neq \theta_G$  die Funktionen  $g_\theta(l)$  in die der beiden Ränder stetig überführen, darf die für die Ränder bewiesene Konvergenz auch für das Tabelleninnere als gesichert gelten. Einen numerischen Beweis für  $\mu R \leq 10$  liefert die Tabelle 1.

Tabelle 1. Abweichungen in % zwischen direkt über das Volumenintegral berechneten  $A_{\text{Kug}}$ -Werten (Tabelle 5.3.6A der International Tables for X-ray Crystallography (1959) Bd. 2 S. 300) und den Integrationsergebnissen nach Gl.(4)

$\mu R/\theta$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$
0,5	0,01	0,00	0,00	0,02	0,00
1	0,02	0,00	0,00	0,02	0,00
2	0,06	-0,03	0,01	0,01	0,02
3	0,03	0,04	0,01	0,04	0,02
4	0,01	0,04	0,02	0,03	0,03
5	0,02	0,03	0,04	0,04	0,04
6	0,04	0,01	0,05	0,08	0,05
7	0,06	-0,02	0,02	0,04	0,15
8	0,11	-0,05	0,04	0,05	0,04
9	0,09	-0,11	0,03	0,07	0,02
10	0,13	-0,13	-0,03	1,64	0,01

### Ergebnisse

Die Berechnung der neuen Tafel (Tabelle 2) beruht auf der Integration (4) unter Anwendung der Simpsonregel, wobei eine Intervallteilung  $d\alpha$  von  $\pi/200$  für  $\mu R \leq 9$  und von  $\pi/400$  für  $\mu R > 9$  benutzt ist. Damit bleibt der Tafelfehler für alle  $A_{\text{Kug}}$  mit Sicherheit unter  $10^{-3}$ .

In Tabelle 1 sind die von Bond über das Volumenintegral berechneten Tafelstützpunkte (Tabelle 5.3.6A, *International Tables for X-ray Crystallography*, 1959)

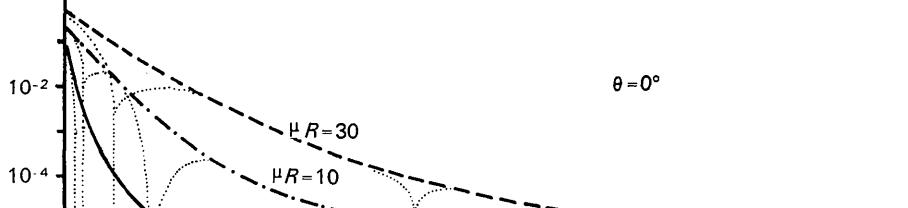
mit hier gewonnenen Integralwerten verglichen. Mit wenigen Ausnahmen liegen die Abweichungen unter  $10^{-3}$ . An der Stelle  $\mu R = 10$ ,  $\theta = 60^\circ$  hat sich in die

Tabelle 2. Absorptionskorrekturfaktoren  $A^* = 1/A_{\text{Kug}}$  für kugelförmige Proben

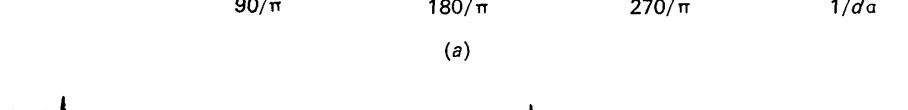
$\mu R$	$\theta=0^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	$\mu R$	
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.0		
.1	1.161	1.161	1.161	1.161	1.160	1.160	1.160	1.159	1.159	1.159	1.159	1.158	1.157	1.157	1.157	1.156	1.156	1.156	.1		
.2	1.346	1.346	1.345	1.345	1.344	1.343	1.342	1.340	1.338	1.337	1.335	1.333	1.331	1.330	1.328	1.327	1.326	1.325	1.325	.2	
.3	1.557	1.557	1.556	1.555	1.555	1.554	1.554	1.553	1.553	1.553	1.552	1.552	1.552	1.551	1.551	1.551	1.550	1.550	1.550	.3	
.4	1.799	1.799	1.799	1.799	1.798	1.798	1.798	1.797	1.797	1.797	1.797	1.797	1.796	1.796	1.796	1.796	1.796	1.796	.4		
.5	2.076	2.075	2.071	2.065	2.057	2.046	2.036	2.020	2.006	1.990	1.975	1.959	1.945	1.931	1.920	1.910	1.903	1.898	1.897	.5	
.6	2.390	2.389	2.382	2.372	2.358	2.341	2.320	2.298	2.275	2.250	2.246	2.202	2.179	2.159	2.141	2.125	2.113	2.105	2.105	.6	
.7	2.747	2.745	2.743	2.718	2.696	2.669	2.638	2.604	2.568	2.532	2.495	2.460	2.427	2.398	2.372	2.351	2.323	2.323	2.323	.7	
.8	3.151	3.147	3.131	3.107	3.074	3.034	2.988	2.939	2.887	2.835	2.784	2.735	2.689	2.648	2.613	2.563	2.550	2.545	2.545	.8	
.9	3.608	3.603	3.593	3.543	3.495	3.438	3.372	3.303	3.231	3.159	3.090	3.024	2.964	2.910	2.863	2.825	2.798	2.774	2.774	.9	
1.0	4.124	4.115	4.082	4.031	3.963	3.882	3.792	3.597	3.600	3.505	3.413	3.328	3.250	3.180	3.121	3.073	3.038	3.016	3.008	1.0	
.1	4.706	4.691	4.664	4.573	4.479	4.369	4.248	4.122	3.995	3.971	3.764	3.645	3.546	3.403	3.386	3.223	3.236	3.246	3.246	.1	
.2	5.355	5.337	5.273	5.175	5.048	4.901	4.741	4.577	4.414	4.237	4.110	3.975	3.866	3.747	3.658	3.586	3.522	3.488	3.488	.2	
.3	6.083	6.058	5.972	5.840	5.672	5.478	5.272	5.063	4.858	4.663	4.482	4.317	4.170	4.024	3.935	3.869	3.786	3.734	3.734	.3	
.4	6.898	6.862	6.747	6.532	6.103	5.840	5.522	5.152	4.735	5.087	4.867	4.670	4.495	4.344	4.217	4.117	4.042	3.997	3.981	.4	
.5	7.008	7.755	7.605	7.377	7.093	6.776	6.447	6.124	5.815	5.525	5.266	5.033	4.828	4.652	4.505	4.388	4.302	4.249	4.231	.5	
.6	8.807	8.746	8.550	8.257	7.895	7.092	6.698	6.326	5.965	5.678	5.405	5.168	4.965	4.796	4.662	4.584	4.504	4.483	4.483	.6	
.7	9.921	9.841	9.589	9.215	8.760	8.269	7.774	7.300	6.859	6.458	6.120	5.771	5.514	5.281	5.081	4.939	4.828	4.760	4.736	.7	
.8	11.15	11.05	10.73	10.26	9.690	9.089	8.492	7.928	7.411	6.946	6.515	6.176	5.605	5.389	5.219	5.094	5.018	4.991	4.991	.8	
.9	12.51	12.38	11.97	11.38	10.69	9.957	9.244	8.582	7.982	7.447	6.979	6.572	6.224	5.931	5.691	5.362	5.277	5.248	5.248	.9	
2.0	14.00	13.83	13.32	12.60	11.75	10.87	10.03	9.262	8.570	7.961	7.433	6.975	6.587	6.262	5.995	5.785	5.632	5.537	5.505	2.0	
.1	15.64	15.12	14.79	13.90	12.88	11.84	10.86	9.955	9.175	8.487	7.849	7.385	6.955	6.595	6.271	5.902	5.791	5.683	5.683	.1	
.2	17.42	17.16	16.38	15.29	14.07	12.85	11.71	10.69	9.796	9.023	8.467	7.940	7.326	6.931	6.610	6.392	6.174	6.061	6.022	.2	
.3	19.37	19.04	18.10	16.78	15.33	13.90	12.59	11.44	10.43	9.570	8.938	8.320	7.707	7.271	6.921	6.647	6.414	6.324	6.282	.3	
.4	21.20	21.09	19.94	18.37	16.66	15.00	13.51	12.21	11.08	10.3	9.311	8.645	8.080	7.612	7.233	6.937	6.721	6.588	6.542	.4	
.5	23.80	23.20	21.92	20.05	18.05	16.14	14.65	12.98	11.74	10.69	10.30	9.846	8.302	7.743	7.520	7.271	7.117	7.064	7.064	.5	
.6	26.30	25.69	24.33	21.82	19.50	17.33	15.42	13.78	12.41	11.82	11.20	10.80	9.546	8.233	7.650	7.180	7.040	6.937	6.880	.6	
.7	28.89	28.26	26.28	22.89	21.01	18.55	16.41	14.60	13.09	12.43	11.71	10.88	9.622	8.000	7.498	7.108	7.824	7.648	7.588	.7	
.8	31.90	31.02	28.67	25.65	22.58	19.80	17.42	15.43	13.79	13.02	11.82	10.93	10.01	9.351	8.818	8.403	8.102	7.915	7.830	.8	
.9	35.02	33.98	31.21	27.71	24.21	21.10	18.46	16.28	14.49	13.02	11.32	10.40	9.59	9.890	9.496	9.251	9.166	9.166	9.166	.9	
3.0	38.38	37.14	33.90	29.86	25.90	22.42	19.52	17.14	15.20	13.62	12.33	11.27	10.41	9.704	9.139	8.699	8.379	8.181	8.113	3.0	
.1	41.27	40.51	38.73	32.00	31.74	23.53	20.59	18.01	15.52	14.23	12.35	11.22	10.80	9.466	8.996	8.658	8.448	8.376	8.376	.1	
.2	45.81	44.99	39.71	34.43	32.43	21.69	18.89	16.65	14.81	13.41	12.17	11.20	10.41	9.783	9.293	8.937	8.716	8.639	8.639	.2	
.3	49.91	47.90	42.84	36.85	31.27	26.58	22.80	19.79	17.38	15.45	13.89	12.63	11.60	10.77	10.11	9.591	9.216	8.983	8.902	.3	
.4	54.27	51.93	46.12	39.45	33.16	28.03	23.93	20.69	18.12	16.07	14.42	12.20	11.13	10.43	9.890	9.496	9.251	9.166	9.166	.4	
.5	58.91	56.19	54.45	51.93	49.05	35.09	29.50	25.07	21.60	18.86	16.69	14.95	13.54	12.40	11.49	10.76	10.19	9.776	9.519	9.430	.5
.6	66.83	63.69	53.12	44.60	37.07	30.99	26.23	22.32	19.62	17.34	15.11	13.88	12.56	11.33	10.58	10.10	9.598	9.378	9.292	.6	
.7	69.05	65.43	56.84	47.30	39.79	32.47	27.41	22.72	20.37	17.94	16.01	14.46	13.21	12.21	11.41	10.79	10.34	10.06	9.958	.7	
.8	34.56	70.42	60.71	50.17	41.15	30.04	24.59	24.39	21.13	18.58	16.55	15.55	14.52	13.71	12.70	11.62	10.32	10.22	10.22	.8	
.9	80.38	73.65	64.72	53.05	43.06	35.60	29.78	25.34	21.90	19.21	17.08	15.39	14.02	12.93	12.06	11.39	10.90	10.59	10.49	.9	
4.0	86.52	81.84	68.87	65.03	45.37	37.18	30.99	26.29	22.67	19.55	17.63	15.85	14.43	13.29	12.39	11.69	11.18	10.86	10.75	4.0	
.1	92.99	86.89	73.17	59.07	47.54	38.77	32.21	27.24	23.44	20.49	18.17	16.32	14.84	13.66	12.72	11.99	11.46	11.13	11.02	.1	
.2	97.99	92.89	77.61	62.17	49.74	40.39	33.43	28.21	24.22	21.14	18.71	16.79	15.25	14.03	13.05	12.29	11.74	11.40	11.28	.2	
.3	106.9	99.15	82.19	65.34	51.97	42.02	36.67	29.18	25.00	21.78	20.27	18.76	17.26	16.36	15.37	14.39	13.78	13.21	13.11	.3	
.4	114.4	105.7	86.90	68.57	54.23	43.66	35.91	30.55	25.79	22.43	20.23	18.73	17.73	16.73	15.73	14.73	14.11	13.81	13.41	.4	
.5	122.3	112.5	91.74	71.86	56.52	45.32	37.17	31.13	26.58	23.08	20.38	18.48	17.12	16.12	14.04	13.20	12.59	12.21	12.07	.5	
.6	130.5	119.5	96.72	75.21	58.4	47.00	38.43	32.12	27.37	23.25	20.25	18.37	17.31	16.30	15.30	14.30	13.20	12.88	12.34	.6	
.7	139.0	126.9	101.8	78.61	61.18	48.69	39.70	33.11	28.16	23.76	20.29	18.31	17.31	16.36	15.37	14.37	13.30	12.88	12.34	.7	
.8	148.0	134.5	107.1	82.07	63.55	50.39	40.98	34.10	28.96	23.64	20.24	18.22	17.22	16.22	15.03	14.11	13.44	13.02	12.87	.8	
.9	157.4	142.4	112.4	85.58	65.94	52.10	42.26	35.10	29.76	25.00	20.99	18.14	16.59	15.36	14.42	13.72	13.29	13.14	13.04	.9	
5.0	167.1	150.5	117.9	89.15	68.36	53.83	43.55	36.10	30.56	26.36	23.11	20.57	18.55	16.95	15.69	14.72	14.01	13.56	13.40	5.0	
.1	177.3	159.0	123.5	92.76	70.80	55.57	44.85	37.11	31.37	27.02	23.67	21.04	18.97	17.32	16.02	15.02	14.29	13.83	13.67	.1	
.2	187.9	167.7	129.2	96.42	73.26	57.31	46.15	38.12	32.17	27.68	24.22	21.52	19.38	17.69	16.36	15.33	14.58	14.10	1		

Tabelle 2 (Fort.)

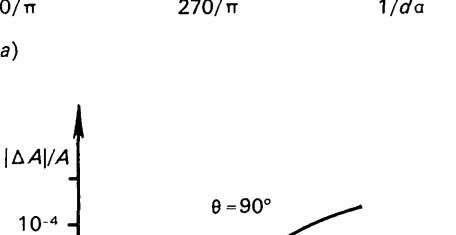
$\mu R$	$\theta = 0^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$35^\circ$	$40^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	$55^\circ$	$60^\circ$	$65^\circ$	$70^\circ$	$75^\circ$	$80^\circ$	$85^\circ$	$90^\circ$	$\mu R$	
10.0	1 333	910.1	504.6	308.2	206.9	148.9	112.8	88.97	72.38	60.44	51.57	44.85	39.66	35.63	32.48	30.07	28.29	27.13	26.70	10.0	
.5	1 544	1 021.1	551.7	332.9	221.9	158.9	120.0	94.42	76.66	63.91	54.46	47.30	41.79	37.51	34.17	31.61	29.72	28.49	28.03	.5	
11.0	1 775	1 138	599.9	357.8	237.0	169.0	127.3	99.89	80.95	67.38	57.35	49.76	43.92	39.39	35.86	33.16	31.16	29.85	29.36	11.0	
.5	2 028	1 259	648.9	383.1	252.2	179.1	134.6	105.4	85.25	70.86	60.24	52.23	46.06	41.27	37.55	34.70	32.59	31.22	30.70	.5	
12.0	2 304	1 386	698.9	408.6	267.5	189.3	141.8	110.9	89.55	74.34	63.14	54.68	48.19	43.16	39.25	36.24	34.03	32.58	32.03	12.0	
.5	2 604	1 517	749.6	434.3	282.9	199.5	149.1	116.4	93.86	77.83	66.04	57.14	50.33	45.04	40.94	37.79	35.46	33.94	33.36	.5	
13.0	2 929	1 653	801.1	460.2	298.3	209.8	156.5	121.9	98.18	81.32	68.94	59.61	52.47	46.93	42.63	39.34	36.90	35.30	34.69	13.0	
.5	3 280	1 794	853.2	486.3	313.8	220.0	163.8	127.4	102.5	84.82	71.84	62.08	54.60	48.82	44.33	40.88	38.34	36.67	36.02	.5	
14.0	3 659	1 938	905.9	512.6	329.4	230.3	171.2	132.9	106.8	88.21	71.74	64.54	56.76	50.70	46.02	42.43	39.77	38.03	37.36	14.0	
.5	4 065	2 086	959.3	539.6	345.1	240.7	175.5	138.4	111.2	91.81	77.65	67.01	58.68	52.59	47.72	43.97	41.21	39.39	38.69	.5	
15.0	4 500	2 238	1 013	565.6	360.8	251.0	185.9	144.0	115.5	95.32	80.56	69.48	61.02	54.48	49.41	45.52	42.65	40.75	40.02	15.0	
.5	4 965	2 393	1 067	592.3	376.5	261.4	193.3	149.5	119.8	98.82	83.47	71.91	63.17	56.37	51.11	47.07	44.09	42.12	41.35	.5	
16.0	5 461	2 552	1 122	619.1	392.3	271.8	200.7	155.1	124.2	102.3	86.38	74.43	65.31	58.26	52.80	48.62	45.52	43.48	42.69	16.0	
.5	5 989	2 714	1 177	646.0	408.2	282.2	208.1	160.6	128.5	105.8	89.29	76.90	67.45	60.15	54.50	50.16	46.96	44.84	44.02	.5	
17.0	6 551	2 879	1 233	673.1	424.0	292.6	215.5	166.2	132.8	109.3	92.20	79.37	65.19	56.19	51.71	48.40	46.21	45.35	45.70	.5	
.5	7 146	3 046	1 289	700.2	439.9	303.1	222.9	171.6	137.2	112.9	80.31	71.49	64.68	59.45	53.02	52.02	50.22	49.84	47.57	46.69	.5
18.0	7 773	3 216	1 345	727.4	455.9	313.5	230.4	177.3	141.5	116.4	98.03	84.32	73.68	65.82	59.59	54.81	51.27	48.93	48.02	18.0	
.5	8 442	3 389	1 402	754.7	471.8	324.0	237.8	182.9	145.9	119.9	100.9	86.79	76.02	67.71	61.28	56.36	52.71	50.30	49.35	.5	
19.0	9 145	3 564	1 459	782.1	457.8	334.4	245.3	188.5	150.2	123.4	103.9	89.47	78.17	69.60	62.98	57.90	54.15	51.66	50.68	19.0	
.5	9 886	3 741	1 516	809.5	503.3	344.9	252.7	194.1	154.6	126.9	101.8	87.94	71.73	63.93	57.89	53.26	50.22	49.84	47.57	.5	
20.0	10 670	3 921	1 573	837.0	519.5	355.4	260.2	199.7	159.0	130.4	109.7	94.22	82.46	73.38	66.37	61.00	57.03	54.39	53.35	20.0	
.5	11 490	4 103	1 631	864.6	535.9	365.9	267.6	205.2	163.3	133.9	112.6	96.70	84.60	75.28	68.07	62.55	58.47	55.75	54.68	.5	
21.0	12 350	4 286	1 689	892.2	552.0	376.4	275.1	210.8	167.7	137.5	115.5	99.17	86.75	77.17	69.77	64.10	59.90	57.12	56.02	21.0	
.5	13 250	4 472	1 747	919.8	568.1	386.9	282.5	216.4	172.0	155.1	130.1	111.6	97.47	86.63	78.25	71.64	67.10	63.94	62.69	.5	
22.0	14 200	4 659	1 805	947.6	584.2	397.5	290.0	222.0	176.4	144.5	121.4	104.1	91.04	80.95	73.16	67.20	62.78	59.84	58.68	22.0	
.5	15 190	4 848	1 864	975.3	600.3	408.0	297.5	227.6	180.8	148.0	124.3	106.6	93.18	82.84	74.85	68.75	64.22	61.21	60.01	.5	
23.0	16 220	5 038	1 922	1 003	616.4	418.5	305.0	233.2	185.1	151.5	127.2	109.1	95.33	84.74	76.56	70.29	65.66	62.57	61.35	23.0	
.5	17 300	5 230	1 981	1 031	632.6	429.1	312.5	238.8	189.5	155.1	130.1	111.6	97.47	86.63	78.25	71.64	67.10	63.94	62.69	.5	
24.0	18 430	5 423	2 040	1 059	648.7	439.6	319.9	244.4	193.9	158.6	133.0	114.0	99.62	88.52	79.95	73.39	68.54	65.30	64.01	24.0	
.5	19 610	5 619	2 099	1 087	664.9	450.2	327.4	250.0	198.2	162.1	136.0	116.5	101.8	90.41	81.65	74.94	69.97	66.66	65.35	.5	
25.0	20 830	5 814	2 158	1 115	681.1	460.7	334.9	255.6	202.6	165.6	138.9	119.0	103.9	92.31	83.35	76.49	71.41	68.03	66.68	25.0	
.5	22 110	6 012	2 217	1 143	697.3	471.3	342.4	261.2	207.0	169.2	141.8	121.5	106.1	94.20	85.05	78.04	72.85	69.39	68.01	.5	
26.0	23 270	6 210	2 277	1 171	713.5	481.8	349.9	266.8	211.3	172.7	144.7	123.9	108.2	96.09	86.74	79.59	74.29	70.75	69.35	26.0	
.5	24 810	6 410	2 336	1 199	729.7	492.4	357.4	272.4	215.7	176.2	147.7	126.4	104.4	97.98	88.44	81.14	75.73	72.12	70.68	.5	
27.0	26 240	6 610	2 396	1 227	745.9	502.9	364.9	278.0	220.1	179.7	150.2	128.9	112.5	99.57	90.14	82.69	77.17	71.48	72.01	27.0	
.5	27 730	6 812	2 456	1 255	762.1	513.5	372.4	283.6	224.4	183.2	153.5	131.4	114.6	101.8	91.81	84.24	78.67	74.85	73.35	.5	
28.0	29 270	7 015	2 515	1 283	773.4	524.1	379.9	289.2	228.8	186.8	156.4	133.9	116.8	103.7	93.53	85.78	80.04	76.21	74.68	28.0	
.5	30 870	7 218	2 575	1 311	796.6	534.7	387.4	294.8	233.2	190.3	159.3	136.3	118.9	105.6	95.23	87.33	81.48	77.57	76.01	.5	
29.0	32 520	7 423	2 635	1 339	810.9	545.2	394.9	300.4	237.5	191.8	162.3	138.8	121.1	107.4	96.93	88.88	82.92	78.94	77.34	29.0	
.5	34 230	7 628	2 695	1 367	827.1	555.8	402.4	306.1	241.9	197.3	165.2	141.3	123.2	109.3	98.53	90.43	84.36	80.30	78.68	.5	
30.0	36 000	7 834	2 755	1 395	843.4	566.4	409.9	311.7	246.3	200.9	168.1	143.8	125.4	111.2	100.3	91.98	85.80	81.66	80.01	30.0	
.5	37 830	8 041	2 815	1 423	859.6	577.0	417.4	317.3	250.7	204.4	171.0	146.3	127.5	113.1	102.0	93.53	87.24	83.03	81.34	.5	
31.0	39 720	8 249	2 875	1 452	875.9	587.6	424.9	322.9	235.0	207.9	174.0	148.7	129.7	115.0	102.7	95.08	88.67	84.39	82.68	31.0	
.5	41 670	8 457	2 936	1 480	892.2	598.1	432.5	326.5	239.4	211.4	176.9	151.2	131.8	116.9	102.4	96.63	90.11	87.75	84.01	.5	



(a)



(b)



(c)

Fig. 2. Konvergenzverlauf der numerischen Integration nach Gl.(4) für  $\theta = 0^\circ$  und  $90^\circ$ . (a) und (b) Betrag des Integrationsfehlers  $|\Delta I|$  in Abhängigkeit von der Intervallteilung  $1/d\alpha$ . Die schwach punktierten Kurvenstücke treten jeweils bei einem Vorzeichenwechsel von  $\Delta I$  auf; massgebend für die Konvergenz sind die kräftig durchgezeichneten Enveloppen der Kurven. (c) Einfluss von  $A_{\text{azyg}}$ -Ungenauigkeiten auf die Integrale  $A_{\text{Kug}}$  nach Gl.(4);  $\theta = 90^\circ$ , Teilung  $1/d\alpha = 360/\pi$ .

Tafel 5.3.6A der *International Tables* ersichtlich ein Übertragungsfehler eingeschlichen, der leider auch Folgefehler in der Tabelle 5.3.6B verursacht hat. Die übrigen Abweichungen, welche die Tabelle 1 erkennen lässt, sind dagegen gering; ihre Ursache darf wohl in erster Linie restlichen numerischen Ungenauigkeiten der Tabellen 5.3.6A zugeschrieben werden.

### Ein Beispiel für eine erweiterte Anwendung der $A_{\text{Kug}}$ -Tabelle

Es sei bemerkt, dass man mit der Schreibweise (4) des Absorptionsfaktorintegrals implizit auch einen wichtigen speziellen elliptischen Fall erfasst, nämlich den Fall des Rotationsellipsoide dessen Rotationssymmetriearchse  $c$  die Drehachse ist und das  $\perp c$  durchstrahlt wird (sogen. Äquatoraufnahme). Führt man vor der Substitution (3) eine lineare Dehnung in  $z$ -Richtung durch

$$z \rightarrow z' = (c/a)z$$

so wird die Kugel in ein Rotationsellipsoid mit den Achsen  $a=R$  und  $c=(c/a)R$  überführt;  $a$  wie  $r$  bleiben von der Dehnung unberührt, da sie senkrecht zur Dehnungsrichtung liegen. Man findet:

$$\begin{aligned} A_{\text{Ell}} &= \int_{-1}^{+1} r^2 \pi A_{\text{Zyl}}(\mu r) dz' / (4\pi a^2 c/3) \\ &= \frac{3}{4} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{r}{a}\right)^2 A_{\text{Zyl}}(\mu r) \frac{(c/a)dz}{(c/a)a}, \end{aligned}$$

das unter Beachten der Substitutionen (3) und nach Kürzen von Zähler und Nenner unmittelbar in (4) übergeht:

$$A_{\text{Ell}} = A_{\text{Kug}}(\mu a).$$

Diese Gleichung besagt, dass der Absorptionsfaktor  $A_{\text{Ell}}$  des Rotationsellipsoide bei einer Durchstrahlung  $\perp c$  unabhängig von der Länge der  $c$ -Achse ist und mit dem Wert  $A_{\text{Kug}}$  für  $R=a$  übereinstimmt (Weber, 1963).

Der Verfasser dankt der Deutschen Forschungsgemeinschaft auch an dieser Stelle vielmals für die finanzielle Unterstützung der vorliegenden Arbeit. Dank gebührt ferner dem Deutschen Rechenzentrum, mit dessen IBM-Anlage 7094 alle vorliegenden numerischen Berechnungen ausgeführt werden konnten.

### Literatur

- BOND, W. L. (1957). *Acta Cryst.* **10**, 741 (Tagungskurzbericht).
- BOND, W. L. (1959). *Acta Cryst.* **12**, 375. vergl. *International Tables*, Vol. II, 390.
- BRADLEY, A. J. (1935). *Proc. Phys. Soc.* **47**, 879.
- CLAASEN, A. (1930). *Phil. Mag.* **9**, 7. Serie 57.
- EVANS, H. T. JR. & EKSTEIN, M. G. (1952). *Acta Cryst.* **5**, 540.
- International Tables for X-ray Crystallography* (1959). Vol. II. Birmingham: Kynoch Press.
- TAYLOR, A. (1944). *Phil. Mag.* **35**, 215.
- WEBER, K. (1963). *Acta Cryst.* **16**, 535.
- WEBER, K. (1967). *Acta Cryst.* **23**, 720.

*Acta Cryst.* (1969). B **25**, 1178

## A System for the Coding and Generating of Layered, Tetrahedrally Close-Packed Structures

BY W. B. PEARSON

Division of Pure Physics, National Research Council of Canada, Ottawa, Canada

AND CLARA BRINK SHOEMAKER

Department of Chemistry and Laboratory for Materials Science and Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139, U.S.A.

(Received 11 June 1968)

A simple coding system is proposed which applies to those layered, tetrahedrally close-packed structures whose secondary nets may be generated by two sets of parallel (zigzag) lines ( $\beta$ -W, Friauf-Laves,  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $P$ ,  $M$  phases, etc.). This coding scheme represents a great condensation of structural data, from which atomic coordination can be regenerated; it enables one to recognize similarities between structures without plotting out all the atoms; and it indicates how new members of this structure family may be generated.

### Introduction

Tetrahedrally close-packed structures (Frank & Kasper, 1958, 1959; Shoemaker & Shoemaker, 1967, 1969) contain interpenetrating triangulated coordination number (CN) 12, 14, 15, or 16 polyhedra which are in most cases generated by the alternate stacking of pri-

mary layers of pentagon-triangle, pentagon-hexagon-triangle or hexagon-triangle nets of atoms with secondary layers of triangle, square-triangle or square nets of atoms, such that all pentagons of successive primary nets are covered antisymmetrically by pentagons of neighbouring primary nets, and similarly for the hexagons. The atoms of the secondary interleaving nets